



CONCEPTUEEL ONTWERPEN MET METSELWERK

EUROCODE 6:

ontwerp en berekening van constructies van
metselwerk

STRUCTURELE ANALYSE

MAART 2019

Ir-arch. D.R.W. Martens

CBAM bvba - Zingem

1. Principes van het constructief ontwerp

1.1. Uitgangspunten

In hoofdstuk 5 van deel 1-1 van Eurocode 6 zijn de algemene principes voor het constructief ontwerp van gemetselde constructies weergegeven. Voor de controle van de relevante grenstoestanden moet een specifiek rekenmodel worden gehanteerd waarbij:

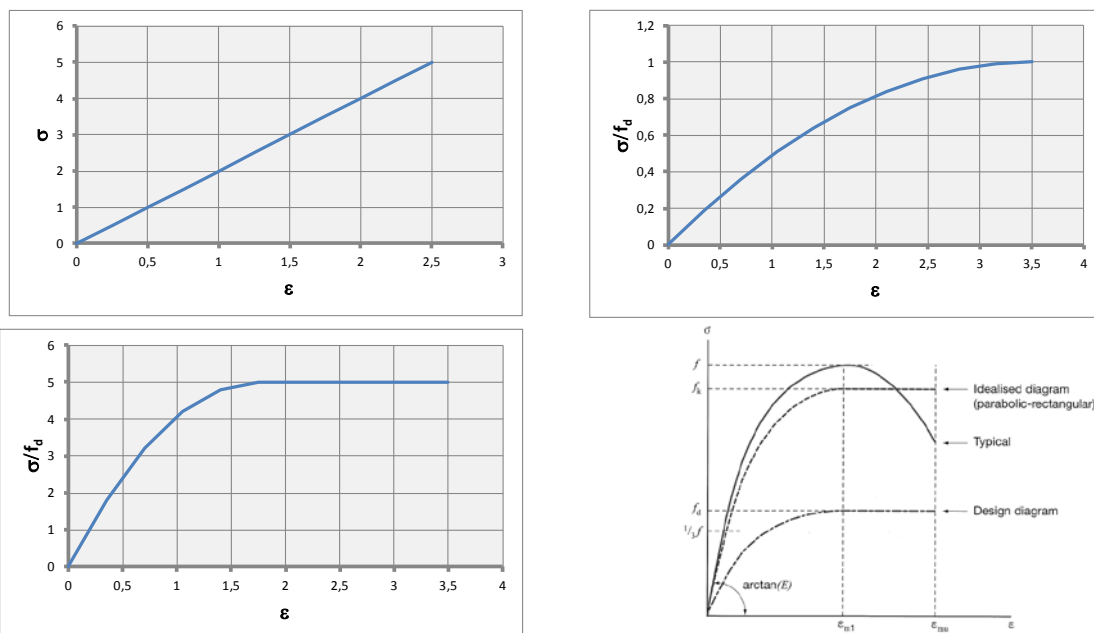
- het constructief concept, de gebruikte materialen en de omgevingskarakteristieken in rekening worden gebracht;
- het gedrag van de onderdelen en de gehele constructie worden beschouwd;
- alle acties waaraan de constructie wordt blootgesteld, worden onderzocht.

De schikking van de verschillende constructieve elementen, hun interactie en verbindingen dienen de algehele stabiliteit en robuustheid van het bouwwerk te garanderen zowel tijdens de bouwphase als tijdens de gebruiksfase.

De berekening van de respons van de constructie kan gebeuren op basis van de volgende theorieën:

- een **niet-lineaire theorie** gebaseerd op een specifiek spanning-rek diagram;
- de **lineaire elasticiteitstheorie** waarbij het lineair verband tussen de spanningen en de rekken gebaseerd is op de korte-termijn elasticiteitsmodulus van het metselwerk (bij 1/3 f).

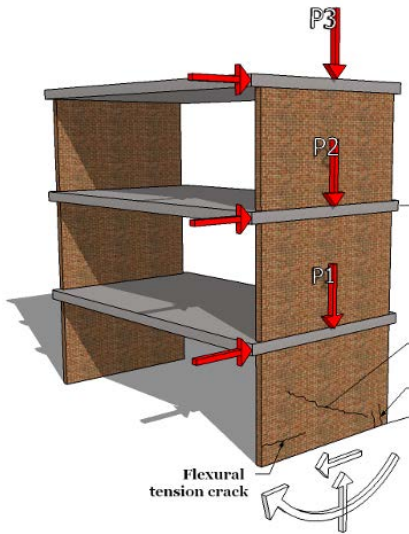
Bij de niet-lineaire berekening mag worden uitgegaan van een lineair, parabolisch of parabool-rechthoekig spanning-rek diagram voor de druksterkte terwijl de treksterkte gelijk is aan nul.



Naast de fysisch lineaire eigenschappen van het metselwerk dient ook het **geometrisch niet-lineair gedrag** in rekening te worden gebracht (tweede-orde effect).

De berekening geeft voor elk constructief element:

- de **normaalkracht** ten gevolge van de verticale en horizontale belastingen;
- de **dwarskrachten** ten gevolge van de verticale en horizontale belastingen;
- de **buigende momenten** ten gevolge van de verticale en horizontale belastingen;
- de **wringmomenten** ten gevolge van de verticale en horizontale belastingen.



De controle van de constructieve elementen moet zowel in de uiterste grenstoestand als in de bruikbaarheidstoestand gebeuren.

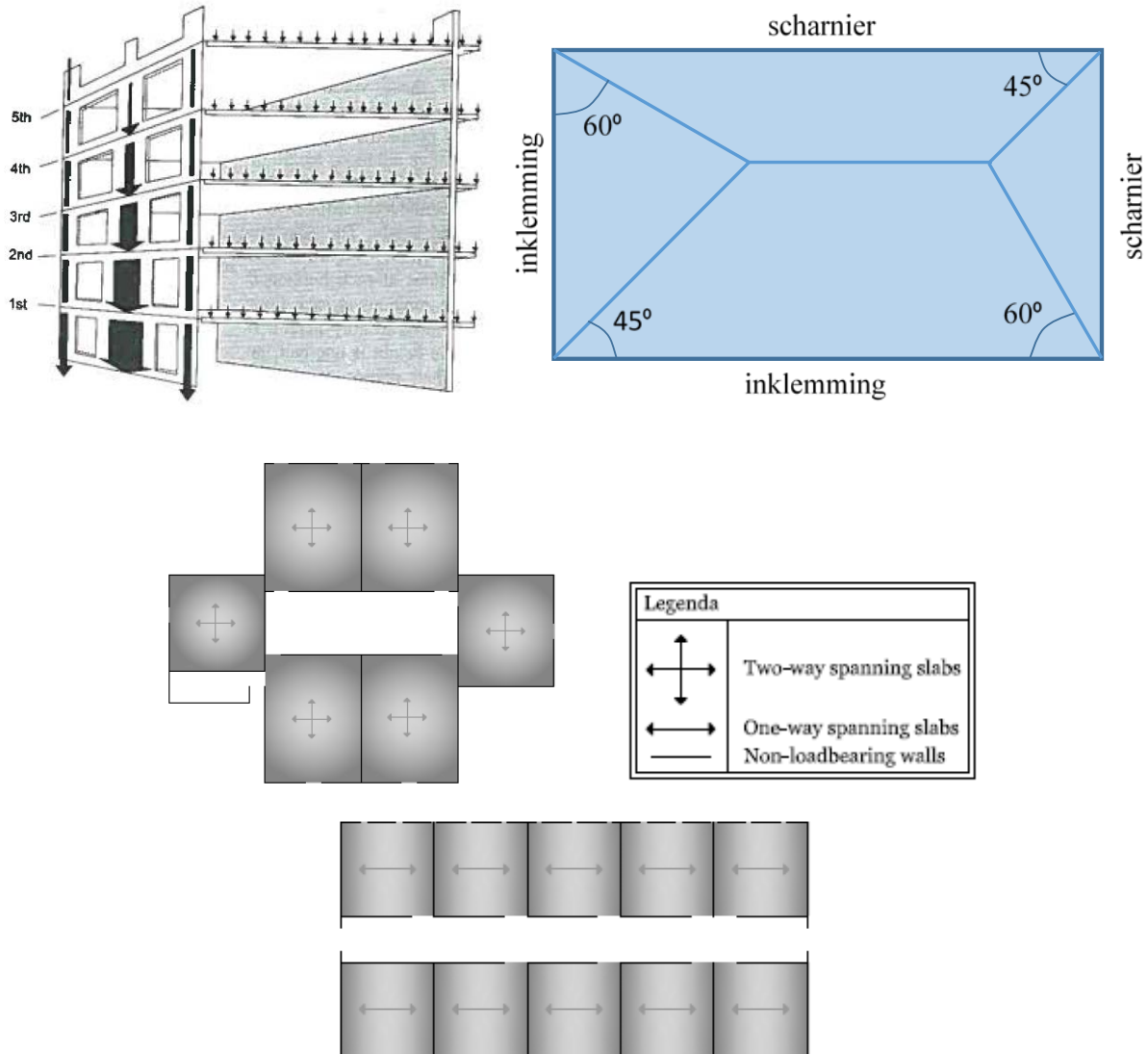
Om rekening te houden met de invloed van scheurvorming op de stijfheid van de stabiliteitselementen is het toegestaan om een herverdeling van de krachten uit te voeren waarbij de grootste kracht op een stabiliteitswand met maximaal **15%** mag worden verminderd, onder voorwaarde dat de krachten op de andere stabiliteitswanden overeenkomstig worden verhoogd.

1.2. Schematisering van de verticale belastingafdracht

Verticale belasting op wanden en stabiliteitselementen

Het eigengewicht van de structurele elementen en de verticale belasting op vloeren en daken wordt via dragende wanden naar de fundering afgedragen. Bij vloeren die in een richting overspannen is de krachtafdracht naar de wanden eenvoudig te berekenen volgens de principes van de sterkteleer (ligger op twee of meerdere steunpunten).

Bij in twee richtingen dragende vloeren is de berekening van de belasting die op de wanden komt iets complexer. Voor een praktische berekening kan de belastingafdracht worden bepaald volgens onderstaande tekeningen.



Principes voor bepaling van verticale belasting op wanden

Voor stabiliteitswanden waarbij de vloer in één richting overspant evenwijdig met de stabiliteitswand, mag de normaalkracht op de niet-dragende stabiliteitswand (evenwijdig met de overspanningsrichting) worden bepaald op basis van een spreiding van de vloerbelasting onder een hoek van 45°.

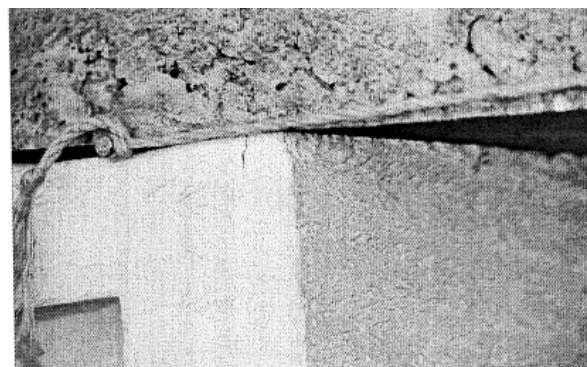
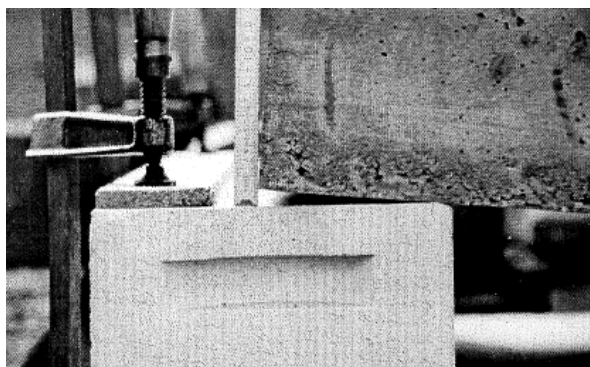
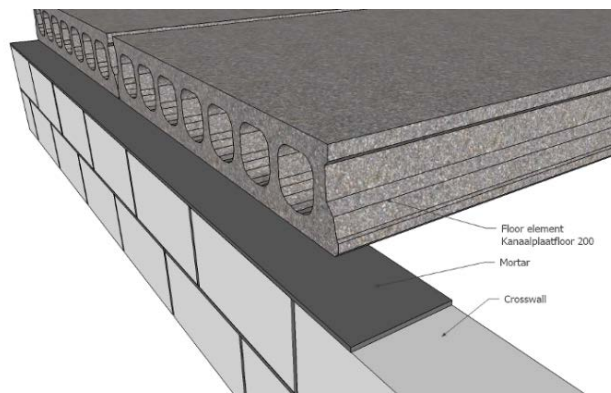
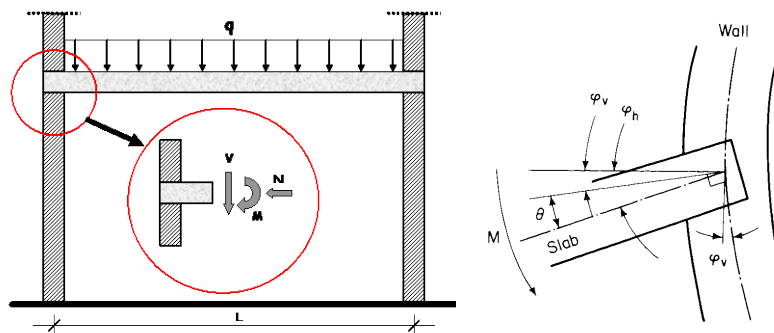
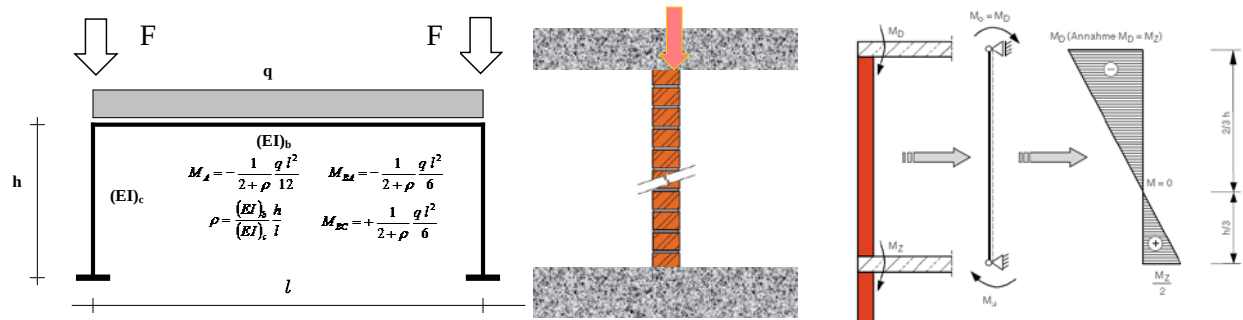
Buigende momenten op wanden

De normaalkracht op de wanden grijpen meestal niet perfect centrisk aan als gevolg van de rotatie van de oplegging van de vloeren en toleranties bij de uitvoering. Om die reden is in EC6 bepaald dat steeds een minimale excentriciteit van $0.05 \times$ de wanddikte in rekening moet worden gebracht:

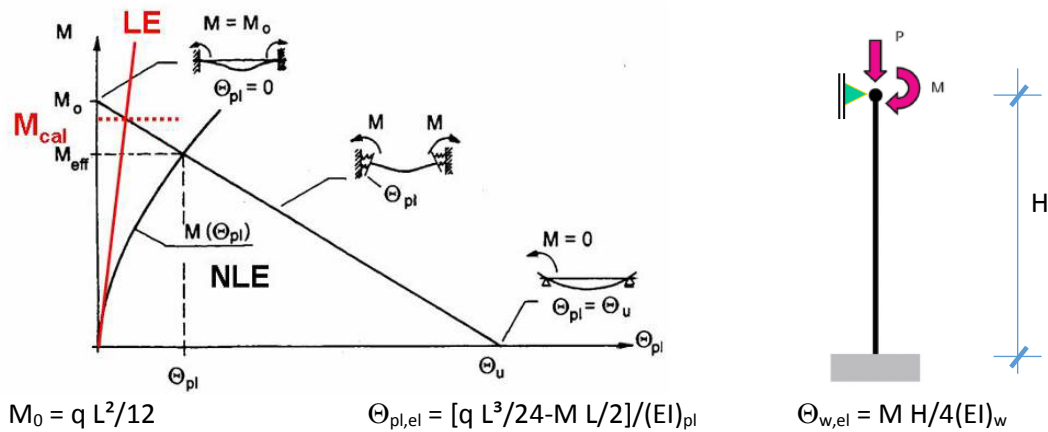
$$e_i = \frac{M_{id}}{N_{id}} + e_{he} \pm e_{init} \geq 0.05 t$$

Door de excentriciteiten ontstaan buigende momenten in de wanden. De bepaling van deze buigende momenten is geen eenvoudige opgave aangezien de grootte van deze momenten afhankelijk is van de scheurvorming in de wanden. De berekening van de buigende momenten op basis de lineaire

elasticiteitstheorie zonder rekening te houden met de scheurvorming levert veelal momenten op die niet door het metselwerk kunnen worden opgenomen.



Experiment Prof. W. Jaeger



Grafische methode Prof. B. Lewicki

Voorbeeld met lineair elastisch gedrag

Raamwerkberekening ingeklemd onderaan

DIRK MARTENS

Gegevens

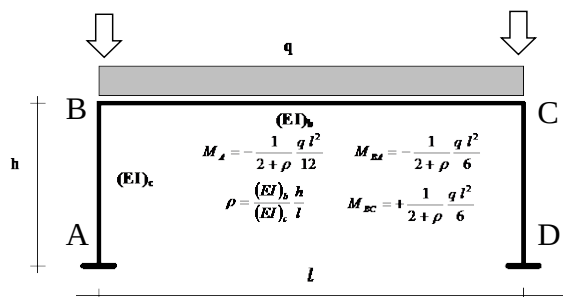
vloer/balk	elasticiteitsmodulus $E_b =$	25.000 N/mm ²	wand/kolom	elasticiteitsmodulus $E_c =$	5.450 N/mm ²
	overspanning $l =$	6.000 mm		hoogte $h =$	3.000 mm
	breedte $b_b =$	1.000 mm		breedte $b_c =$	1.000 mm
	dikte $t_b =$	220 mm		dikte $t_c =$	140 mm
	kwadr. Oppervl. Moment $I_b =$	8,87E+08 mm ⁴		kwadr. Oppervl. Moment $I_c =$	2,29E+08 mm ⁴
	$E_b I_b =$	2,22E+13 Nmm ²		$E_c I_c =$	1,25E+12 Nmm ²

Belastingen

gelijkmatig verdeelde belasting $q =$ 14,00 kN/m
puntlast $F =$ 0 kN

Resultaten

$N_{BC} =$	42 kN	$\sigma_{gemidd} =$	0,30 N/mm ²
$\rho =$	8,90 -	$= K_b / K_c = E_b I_b / E_c I_c \cdot h / l$	
$M_A =$	3,85 kNm	$e_c =$	183,5 mm
$M_{BA} =$	7,71 kNm	$e_c / t_c =$	1,31 -
$M_{BC} =$	7,71 kNm		
$M_E =$	55,29 kNm		



linear elastic behaviour

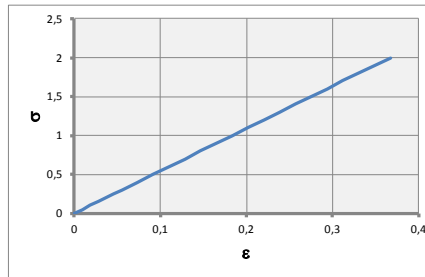
wall	M_u	ϕ_u	floor slab	M_u	ϕ_u	M_{BA}
	kNm	rad		kNm	rad	kNm
	0	0	0	0,0057	7,71	
	42,0	0,0253	42,0	0		

nonlinear elastic behaviour (no-tension linear elastic material)

eccentricity at top

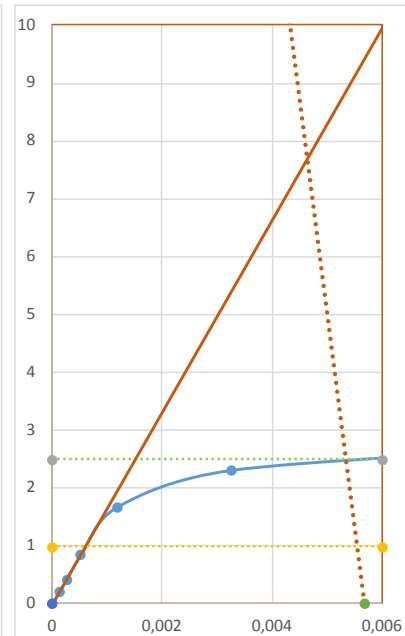
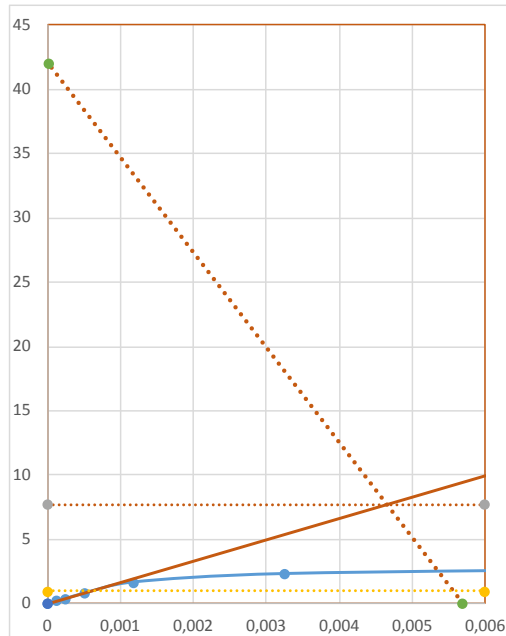
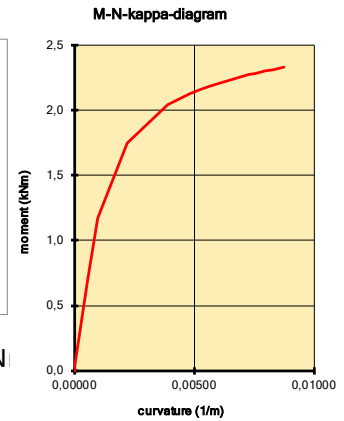
rotation at top wall

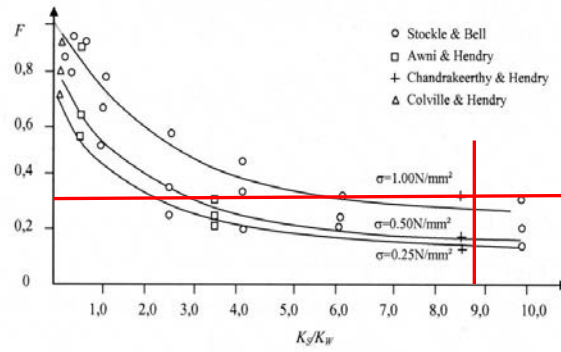
e_u	M_u	ϕ_u
0	0	0
5	0,21	0,000128
10	0,42	0,00025607
20	0,84	0,00051229
40	1,68	0,00118902
55	2,31	0,00324681
64	2,69	0,00894187
84	3,53	
104	4,37	
145	6,09	



for $\phi_{slab} = \phi_{wall}$ $M = 2,5$ kN

$\eta = 0,324$





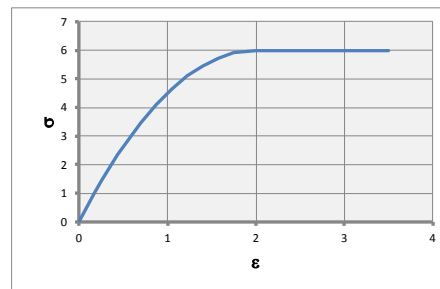
Voorbeeld met parabool-rechthoekig gedrag

nonlinear elastic behaviour (no-tension parabolic-rectangular diagram)

eccentricity at top

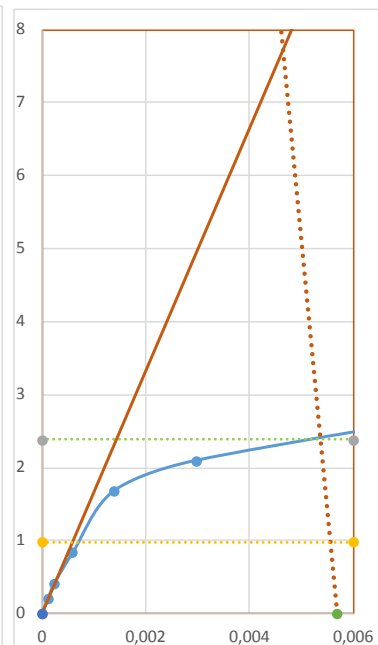
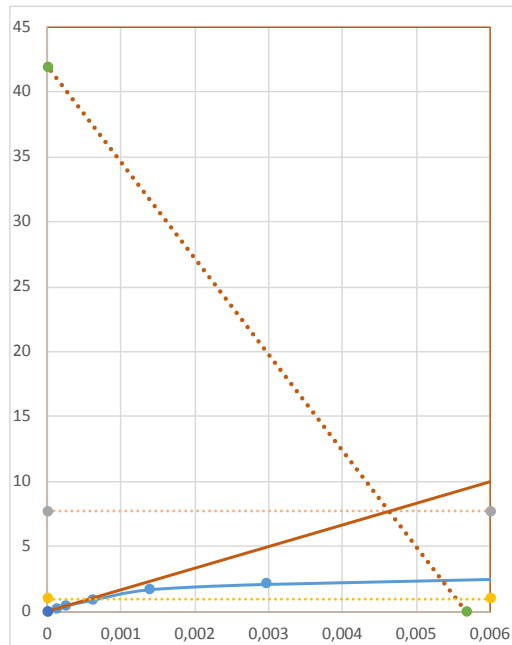
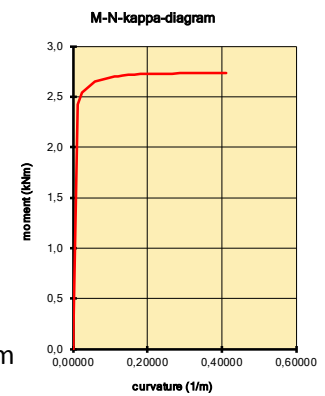
rotation at top wall

e_u	M_u	ϕ_u
0	0	0
5	0,21	0,000119
10	0,42	0,00024244
20	0,84	0,00059636
40	1,68	0,00137911
50	2,10	0,00296464
70	2,94	0,00978107
90	3,78	
110	4,62	



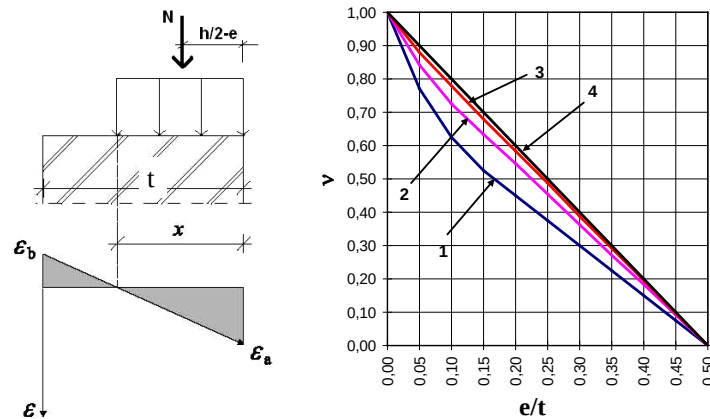
for $\phi_{\text{slab}} = \phi_{\text{wall}}$ $M = 2,39$ kNm

$\eta = 0,310$



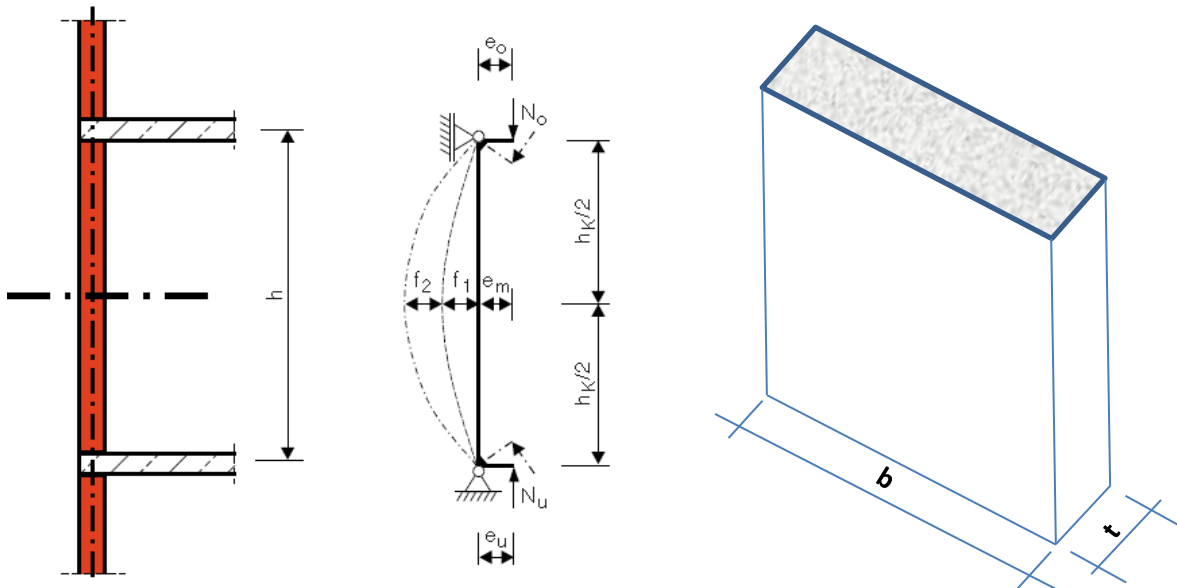
Bij de sterktecontrole van de doorsnede van het metselwerk dient de invloed van de buigende momenten in rekening te worden gebracht. Indien wordt aangenomen dat het metselwerk zich star-plastisch (stress block) gedraagt, kan de invloed van de excentriciteit op de draagkracht als volgt worden berekend:

$$\Phi_i = 1 - 2 \frac{e_i}{t}$$

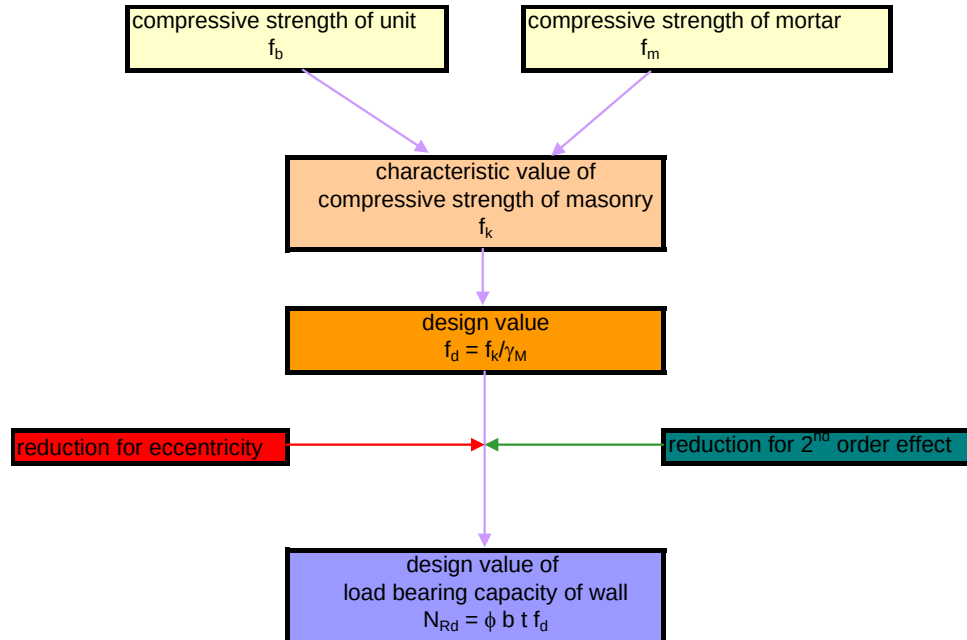


1: lineair elastisch - 2: bilineair - 3: parbool-rechthoekig - 4: rechthoekig (stress block)

Ten gevolge van de initiële excentriciteit aan de uiteinden van de wanden vervormen de wanden uit het vlak. In combinatie met de optredende normaalkrachten worden hierdoor bijkomende buigende momenten opgewekt = tweede-orde effect.

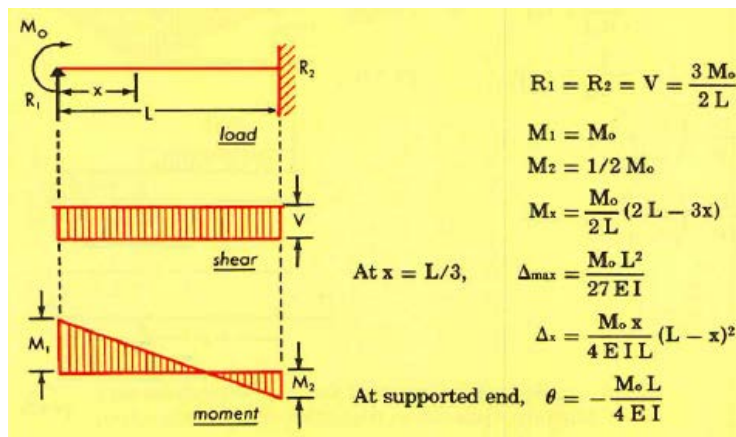


Om de draagkracht van een verticaal belaste wand te controleren, moet derhalve niet alleen een sterktecontrole aan de uiteinden van de wanden gebeuren maar eveneens een sterktecontrole halverwege de hoogte van de wand.



Dwarskrachten op wanden

De dwarskrachten op de wanden zijn het gevolg van het excentrisch aangrijpen van de normaalkrachten.



Wringmomenten op wanden

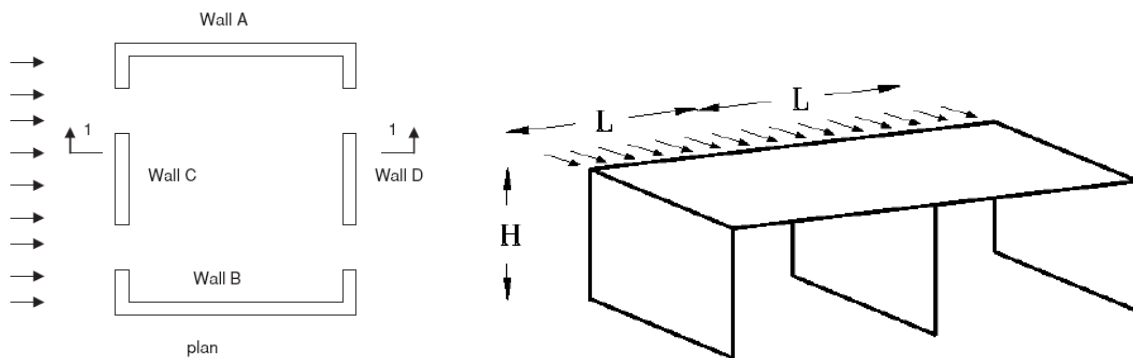
De verticale belasting veroorzaakt geen wringmomenten op de wanden.

1.3. Schematisering van de horizontale belastingafdracht

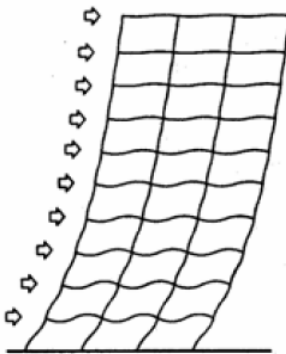
Principes horizontale belastingafdracht

Om de horizontale belastingen ten gevolge van de wind, gronddruk, scheefstand of aardbevingen naar de fundering te kunnen overbrengen, kunnen de volgende structurele systemen worden toegepast:

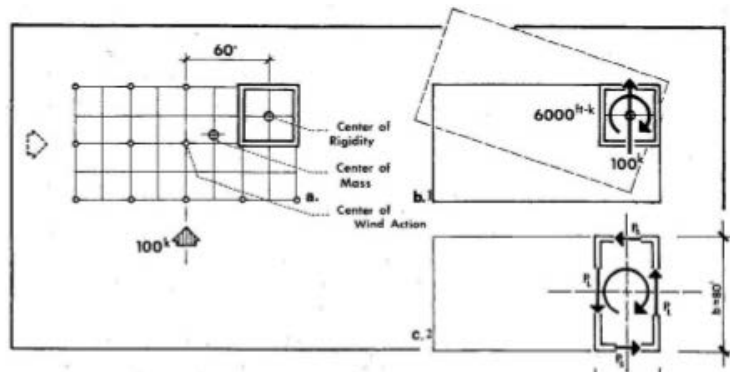
- **doosconstructie:** combinatie van horizontale en verticale buigstijve constructie-elementen;
- **raamwerkprincipe:** evenwijdige stabiliteitswanden + momentvaste verbindingen;
- centrale stabiliteitskernen;
- **hybride constructies:** invulwanden, hoge wandliggers,...;
- **megaconstructies:** krachtsafdracht via grote structurele elementen: koepels, schalen, gewelven, bogen, gebogen wanden, vinwanden, diafragmawanden, ...



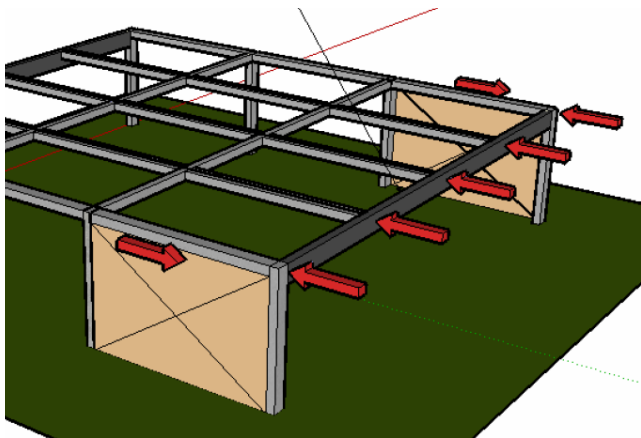
Doosconstructie met stabiliteitswanden in metselwerk en vloerschijven



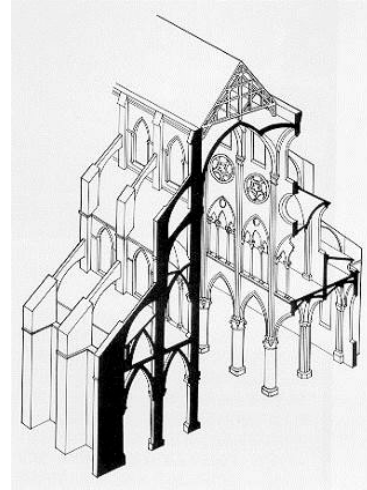
Raamwerk van metselwerk wanden en vloeren



stabiliteitskern uit metselwerk

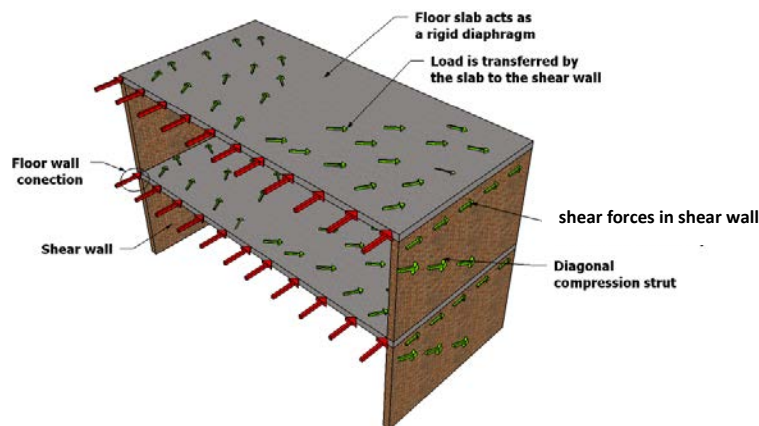


Hybride constructie: stalen raamwerk + Invulwanden



megastructuur: boogconstructie

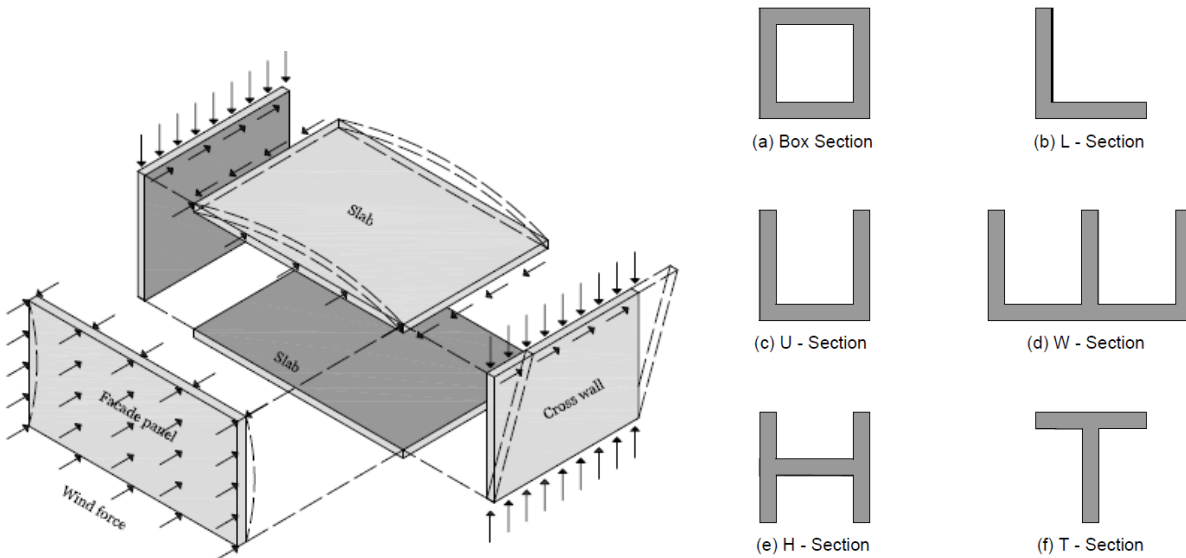
In deze cursus zal enkel worden ingegaan op het doosprincipe. In dit geval worden de horizontale belastingen via de horizontale verstijvingselementen overgebracht naar de verticale verstijvings-elementen, die de horizontale belasting overbrengen naar de funderingen, zoals in de onderstaande figuur is weergegeven.



Belastingafdracht van de horizontale belasting naar de funderingen

De horizontale verstijvingselementen bestaan uit vloerschijven (bijvoorbeeld betonnen vloerplaten) of balkconstructies met stabiliteitsverbanden (bijvoorbeeld houten balkenvloeren verstijfd door plankenvloer).

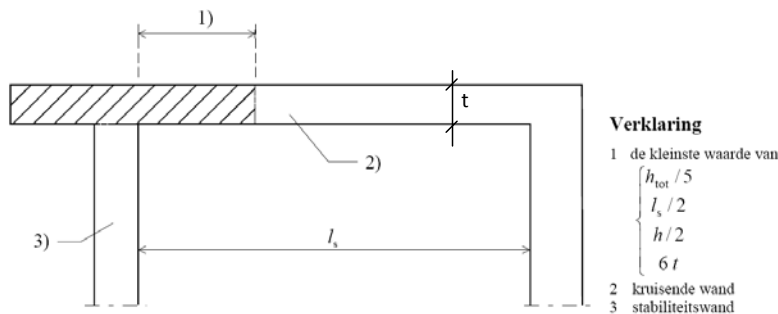
De verticale verstijvingselementen bestaan uit verticale wandschijven (bijvoorbeeld stabiliteitswanden in metselwerk) of uit samengestelde wandconstructies (bijvoorbeeld T-wanden, I-wanden of kokers) of uit balkconstructies met stabiliteitsverbanden (bijvoorbeeld stalen vakwerken).



Rechthoekige stabiliteitswanden en samengestelde wandconstructies

Bij de schematisering van L- of T-vormige stabiliteitswanden is de breedte van de flens gelijk aan de dikte van de stabiliteitswand vermeerderd met aan iedere zijde de kleinste waarde van:

- $h_{\text{tot}}/5$, waarin h_{tot} de totale hoogte van de stabiliteitswand is;
- de helft van de afstand tussen de stabiliteitswanden l_s , als die verbonden is met de kruisende wand;
- de afstand tot het einde van de wand;
- de helft van de vrije hoogte h
- $6x$ de dikte van de kruisende wand t

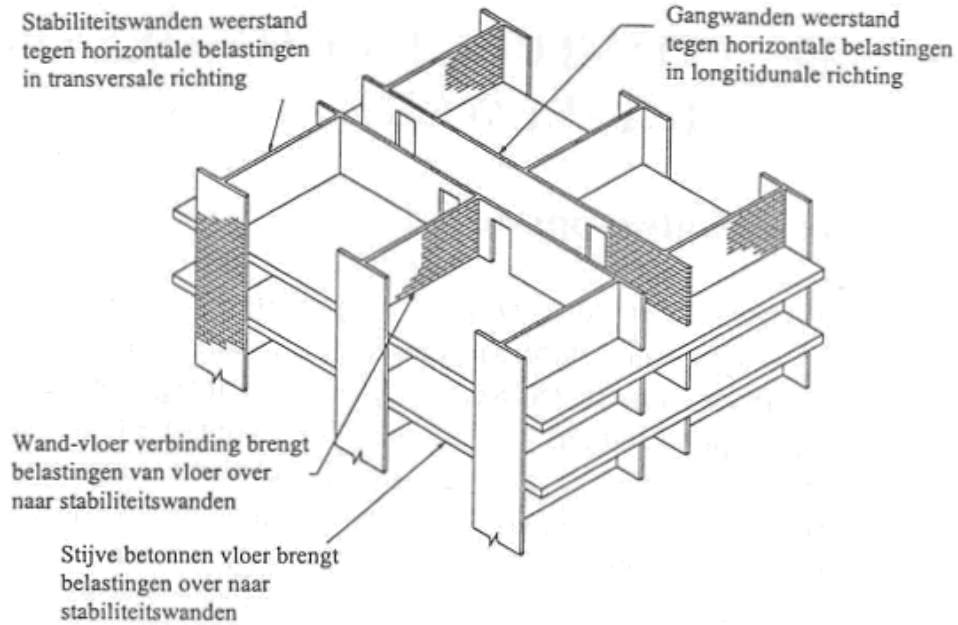


Flensbreedte bij stabiliteitswanden

Een flens van een stabiliteitswand mag in rekening worden gebracht voor zover de verbinding tussen lijf en flens in staat is de optredende schuifkrachten op te nemen (vertanding of door middel van ankers) en voor zover de flens niet bezwijkt door knikinstabiliteit.

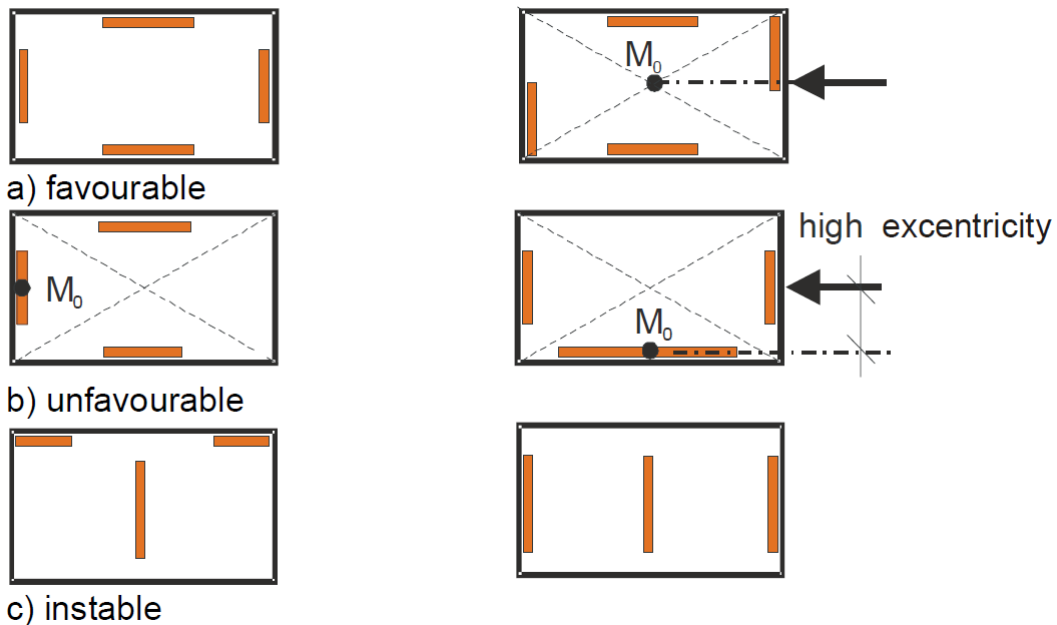
Positie stabiliteitselementen

In overleg met de architect dient de stabiliteitsingenieur een geschikte keuze te maken voor de positie, de vorm en de afmetingen van de verticale stabiliteitselementen.



Voorbeeld van stabiliteitselementen

Indien de horizontale stabiliteit door stabiliteitswanden wordt voorzien, dienen minstens 3 wanden aanwezig te zijn waarvan de systeemlijnen elkaar niet snijden in één enkel punt. In de onderstaande figuur zijn enkele geschikte en ongeschikte schikkingen van stabiliteitswanden weergegeven.



Voorbeelden van schikking van stabiliteitselementen

2. Imperfecties en tweede-orde effecten

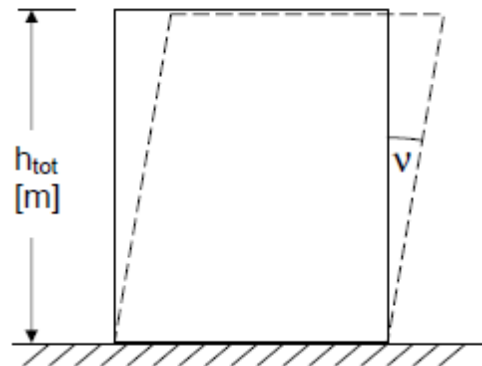
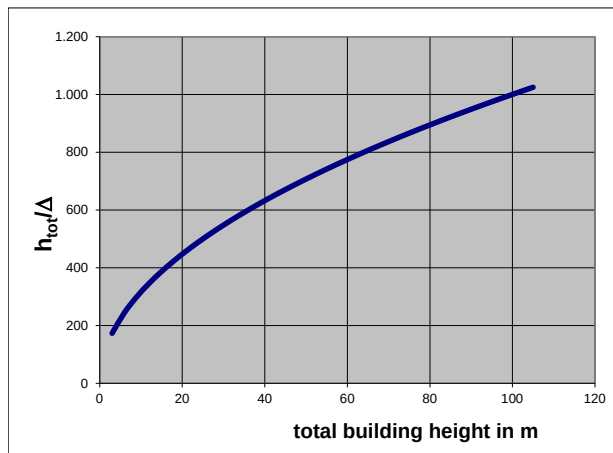
Voor de bepaling van de horizontale belasting op het gehele gebouw dient niet alleen de windbelasting maar ook het effect van onvolkomenheden in rekening te worden gebracht volgens art. 5.3 EC6. De scheefstand van de constructie is gelijk aan

$$\nu = \frac{1}{100\sqrt{h_{\text{tot}}}} \text{ in radialen,}$$

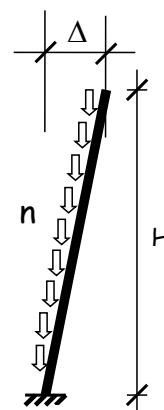
waarbij h_{tot} de totale hoogte is van de constructie in meter.

In onderstaande figuur is de scheefstand als functie van de totale hoogte grafisch weergegeven, waarbij Δ de horizontale uitwijking aan de bovenzijde van de constructie voorstelt:

$$\Delta = \nu h_{\text{tot}}$$



h_{tot} m	$1/\nu$ -
10	316
15	387
20	447
25	500
30	548
40	632



Scheefstand als functie van de hoogte van het gebouw

Door de scheefstand veroorzaakt de axiale belasting een bijkomend buigend moment ter hoogte van de fundering (zie bovenstaande figuur):

$$M_n = n h_{tot} \frac{\Delta}{2} = n v \frac{h_{tot}^2}{2}$$

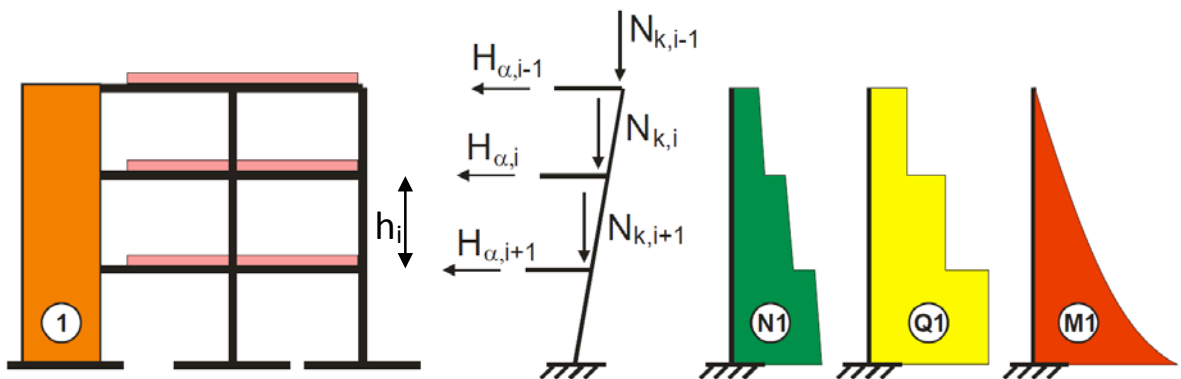
De scheefstand stemt dus overeen met de volgende bijkomende horizontale belasting:

$$w_n = n \cdot v$$

Deze horizontale belasting dient steeds te worden toegevoegd aan de windbelasting.

Door de scheefstand worden de stabiliteitselementen ook belast door bijkomende horizontale krachten ten gevolge van de verticale belasting die op de aanpendelende kolommen werken (zie onderstaande figuur).

De bijkomende horizontale kracht $H_{\alpha,i}$ op vloerniveau i kan als volgt worden berekend.



Scheefstand constructie en invloed van de scheefstand op de krachswerking

De horizontale uitwijking tussen de bouwlagen i en $i+1$ is gelijk aan $\Delta_i = v \cdot h_i$, waarin h_i het verschil in vloerpeil van de bouwlagen i en $i+1$ voorstelt. Deze uitwijking resulteert in een buigend moment aan de onderzijde van de bouwlaag:

$$M_{\alpha,i+1} = N_{k,i} \cdot \Delta_i = N_{k,i} \cdot v \cdot h_i$$

Aangezien wordt aangenomen dat de aanpendelende kolommen scharnierend zijn verbonden op elke bouwlaag, dient dit buigend moment te worden gecompenseerd door een tegenwerkend moment dat gelijk is aan de stabiliserende horizontale kracht in de bovenliggende bouwlaag:

$$M_{\alpha,i+1}' = H_{\alpha,i} \cdot h_i$$

Gelijk stellen van M_i aan M_i' levert de grootte van de stabiliserende horizontale kracht:

$$H_{\alpha,i} = v \cdot N_{k,i}$$

met $N_{k,i}$ de som van de verticale belastingen die op de te stabiliseren wanden en kolommen aangrijpen van de beschouwde bouwlaag.

Deze horizontale belasting kan ook worden omgerekend naar een gelijkmatig verdeelde horizontale belasting:

$$w_{\alpha} = \frac{1}{h} \sum H_{\alpha,i}$$

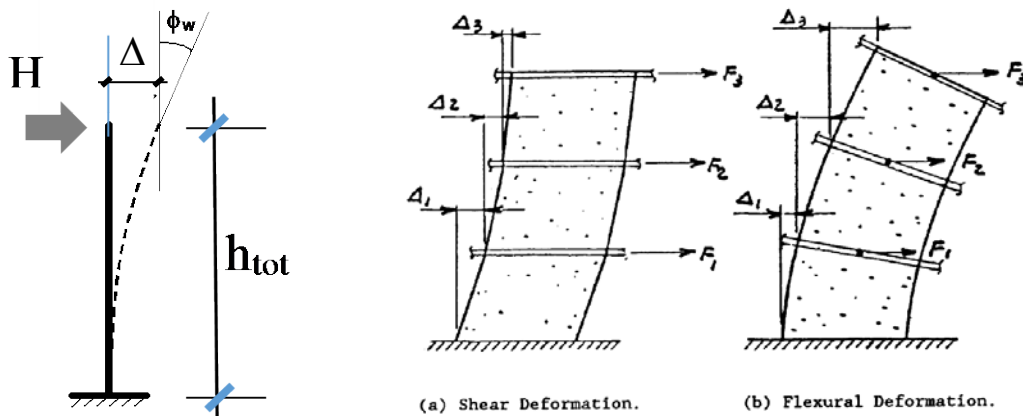
3. Stijfheid van stabiliteitselementen

Om de krachtsverdeling van de horizontale belasting te bepalen moet de veerconstante of de stijfheid van de stabiliteitselementen worden bepaald.

Volgens art. 5.5.3 in EC 6 dient de stijfheid van een stabiliteitswand te worden berekend op basis van de elastische stijfheid van de wanden inclusief de flenzen (niet-gescheurde toestand).

Onderaan ingeklemde en vrij uitkragende stabiliteitswand

De elastische stijfheid van een onderaan ingeklemde stabiliteitswand belast met een horizontale kracht aan de bovenzijde, kan worden berekend op basis van de elastische vervorming door buiging en dwarskrachtvervorming.



Voor de berekening van de dwarskrachtvervorming mag de glijdingsmodulus volgens EC6 gelijk worden genomen aan **40%** van de elasticiteitsmodulus.

De horizontale verplaatsing aan de bovenzijde van de wand is dan gelijk aan:

$$\Delta = \frac{Hh^3}{3EI} + \frac{H}{A_v} \frac{h}{G} \quad \text{met} \quad G = 0,4 E \quad (\text{art. 3.7.3 in EC6})$$

waarin A_v de dwarskrachtdoorsnede en EI de buigstijfheid van de wand voorstellen.

De eerste term omvat de invloed van de buigstijfheid terwijl de tweede term de invloed van de afschuifstijfheid weergeeft. De veerconstante van de uitkragende wand is dan gelijk aan:

$$k = \frac{H}{\Delta} = \frac{1}{\frac{h^3}{3EI} + \frac{h}{0,4A_v E}} = \frac{3EI A_v}{h^3 A_v + 7,5 I h}$$

Voor rechthoekige stabiliteitswanden met

$$A_g = b.L \quad I_g = \frac{bL^3}{12} \quad \text{en} \quad A_v = \frac{5}{6} A_g$$

geldt:

$$k = \frac{bE}{\frac{h}{L} \left[4 \left(\frac{h}{L} \right)^2 + 3 \right]}$$

Bij wanden die hoger zijn dan 2x de lengte mag het effect van de dwarskrachtvervorming worden verwaarloosd (art 5.5.3). Uit berekeningen met onderstaande formules blijkt dat de vervorming hiermee tot 18% wordt onderschat: zie tabel. Bij de herziening van EC6 zal deze clause worden aangepast (4x de lengte).

H/L	$\Delta_{(bend+sh)}/\Delta_{(bend)}$	%
1	1,750	75,0
2	1,188	18,8
3	1,083	8,3
4	1,047	4,7
5	1,030	3,0
6	1,021	2,1
7	1,015	1,5
8	1,012	1,2
9	1,009	0,9
10	1,008	0,8

$$\frac{\Delta_{bend+shear}}{\Delta_{bend}} = \frac{\frac{Hh^3}{3EI} + \frac{H}{A_v} \frac{h}{G}}{\frac{Hh^3}{3EI}} = 1 + 0,75 \left(\frac{L}{H} \right)^2$$

Onderaan en bovenaan ingeklemde stabiliteitswand

Voor wanden die onderaan en bovenaan zijn ingeklemd kan op een analoge manier de stijfheid worden berekend met als resultaat:

$$k = \frac{bE}{\frac{h}{L} \left[\left(\frac{h}{L} \right)^2 + 3 \right]}$$

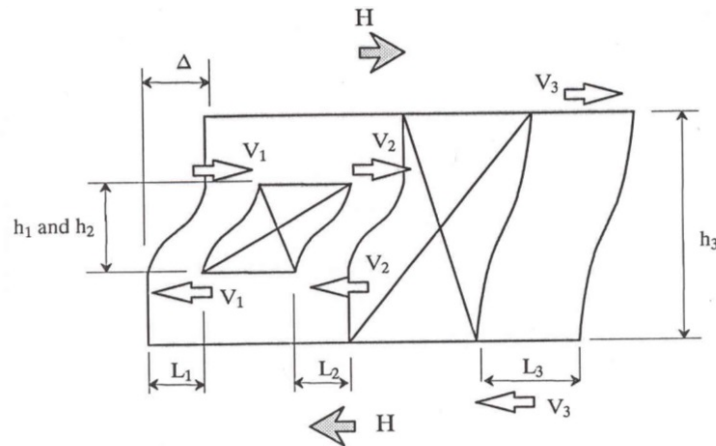
Combinaties van stabiliteitswanden

Bij stabiliteitswanden die bestaan uit een combinatie van onder en boven ingeklemde penanten en uitkragende delen kan de veerstijfheid worden bepaald op basis van het horizontaal krachtenevenwicht:

$$H = V_1 + V_2 + V_3$$

Verder geldt de voorwaarde dat de vervorming van de verschillende stabiliteitswanden gelijk is aan Δ .
Aangezien $V_i = k_i \cdot \Delta$ en $H = \sum k_i \cdot \Delta$ is de kracht in elk onderdeel gelijk aan:

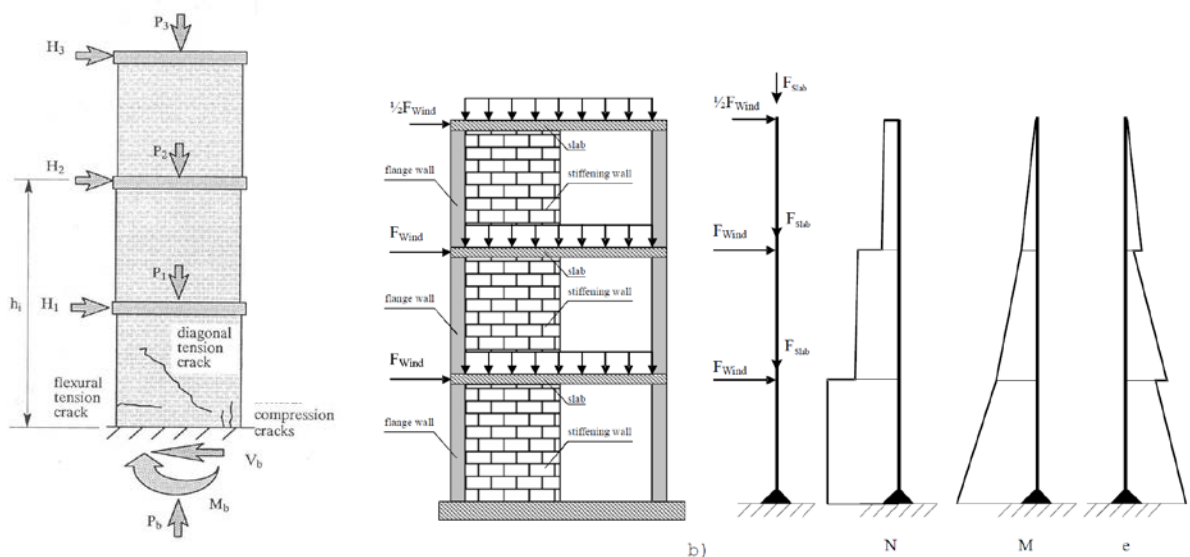
$$V_i = \frac{k_i}{\sum k_i} H$$



Combinatie van uitkragende en aan beide zijden ingeklemde wanden

Gebouw met meerdere bouwlagen

De bovenstaande formules werden opgesteld voor gebouwen met één bouwlaag. Indien het gebouw meerdere bouwlagen heeft waarbij de stabiliteitswanden eenzelfde doorsnede hebben over de volledige hoogte van het gebouw, mag de verdeling van de horizontale krachten over de verschillende stabiliteitswanden gebeuren op basis van de stijfheidsverhoudingen die zijn berekend voor wanden met één bouwlaag. Voor wanden waarbij de dwarskrachtvervorming relatief groot is, levert dit geen exacte resultaten op. In de meeste gevallen is de gemaakte fout verwaarloosbaar.

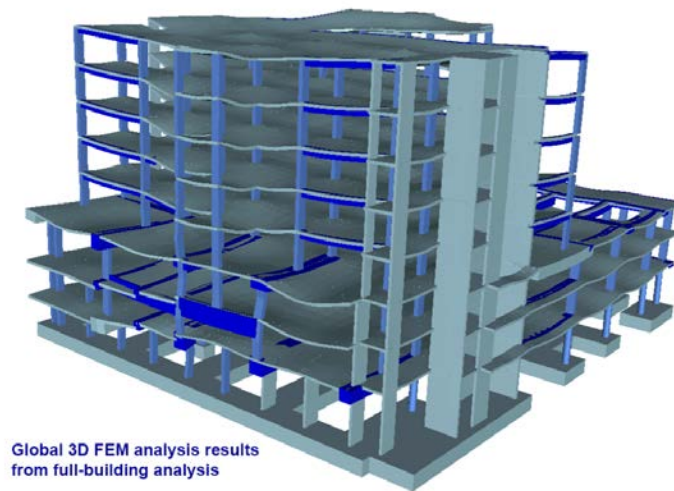


Gebouw met meerdere bouwlagen

4. Berekening van horizontale belastingen op stabiliteitselementen

Niet-lineaire modellering

Een lineaire of niet-lineaire berekening van de verdeling van de horizontale belastingen over de stabiliteitselementen kan worden uitgevoerd via een eindige elementen berekening (FEM, zie onderstaande figuur).

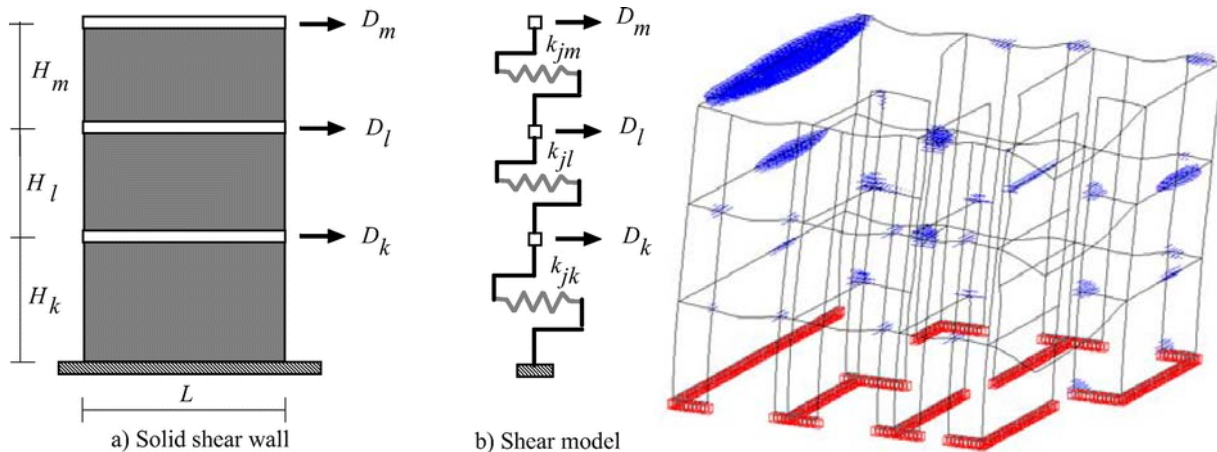


Eindige elementen berekening voor de bepaling van de krachten in stabiliteitswanden

Dergelijke berekening is tijdrovend en derhalve vrij duur. Om die reden worden dergelijke berekeningen slechts uitgevoerd voor bijzondere projecten.

In de literatuur zijn diverse alternatieven te vinden zoals:

- Simulatie via equivalente 3D-raamwerken
- Opdeling in vlakke raamwerken
- 'wide column analogy'



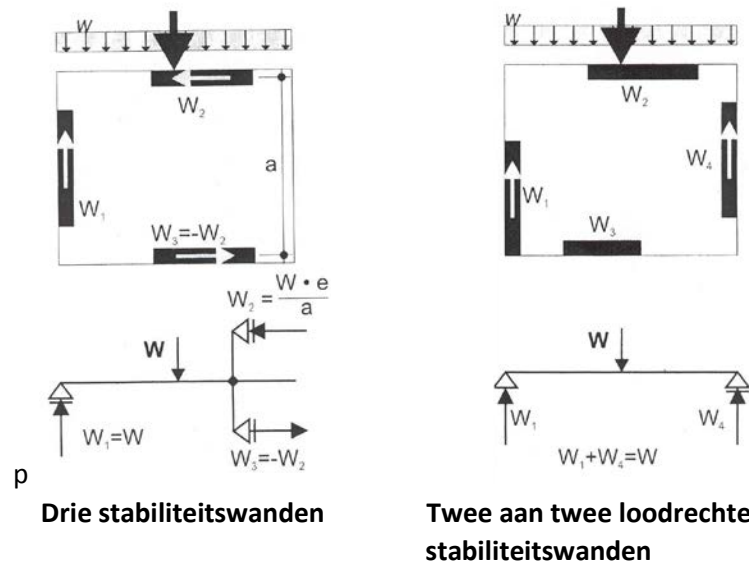
2D- en 3D-raamwerkanslyse voor de bepaling van de krachten in stabiliteitswanden

In deze cursus wordt enkel ingegaan op de vereenvoudigde methode.

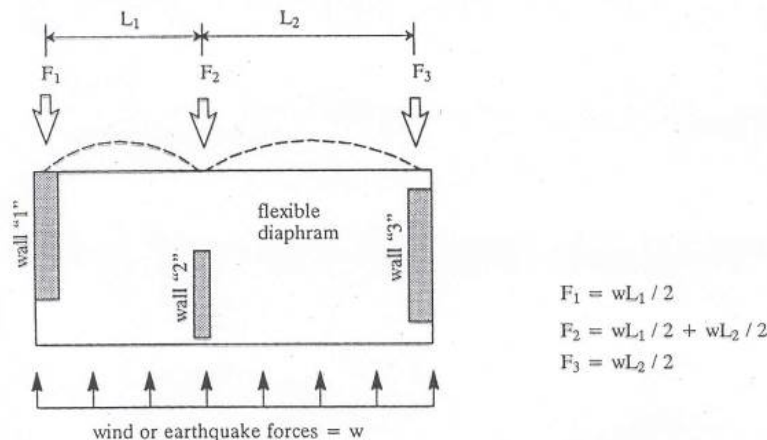
Vereenvoudigde analyse bij statisch bepaald systeem

In het geval dat de horizontale stabiliteit wordt gewaarborgd door 3 stabiliteitswanden waarvan de systeemlijnen elkaar niet snijden in één punt, kan de krachtsverdeling over de stabiliteitswanden worden berekend op basis van de 3 evenwichtsvergelijkingen, nl. 2 translatievergelijkingen en één rotatievergelijking.

Hetzelfde geldt voor een schikking van 4 stabiliteitswanden die loodrecht op elkaar zijn ingeplant en waarvan de stijfheid ongeveer gelijk is.



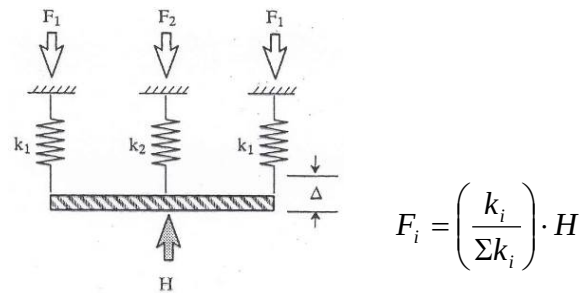
In het geval waarbij de vloeren niet als een stijve schijf kunnen worden beschouwd (bijvoorbeeld bij geprefabriceerde vloerelementen die niet met elkaar zijn verbonden of houten balkenvloeren), moet de belasting op de stabiliteitswanden worden berekend op basis van de horizontale krachten afkomstig van de vloeroppervlakte palend aan de stabiliteitswand (statisch bepaald).



Verdeling van horizontale belasting over stabiliteitswanden bij buigslappe vloeren

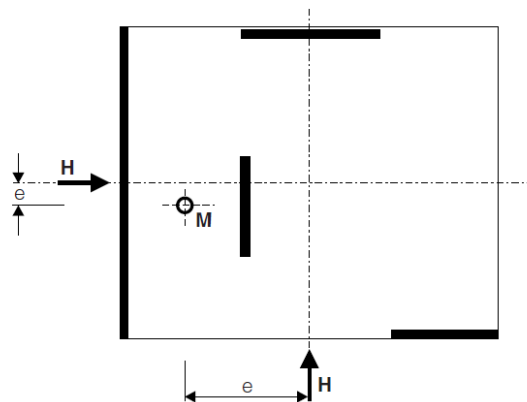
Vereenvoudigde analyse bij statisch onbepaald systeem

In artikel 5.5.3 van EC6 wordt bepaald dat, als de vloeren als oneindig stijve schijven kunnen worden beschouwd, de horizontale krachten over de stabiliteitswanden mogen worden verdeeld op basis van hun stijfheden zoals in onderstaand schema is weergegeven.



Statisch schema voor verderling van windbelasting over stabiliteitswanden bij stijve vloerelementen

Indien de lay-out van de stabiliteitswanden asymmetrisch is of als de horizontale belasting excentrisch aangrijpt ten opzichte van het stijfheidscentrum (rotatiecentrum), dient bij de bepaling van de krachtverdeling over de stabiliteitswanden rekening te worden gehouden met de invloed van de rotatie van het gebouw (torsie-effect).



Asymmetrische positionering van de stabiliteitselementen

Bij een schikking van de stabiliteitswanden waarbij de krachtsverdeling niet meer eenvoudig te bepalen is op basis van de evenwichtsvergelijkingen alleen, moet gebruik worden gemaakt van de compatibiliteit van de vervormingen. Indien mag worden aangenomen dat de vloerplaat oneindig stijf is in haar vlak, kan de vervorming van de vloerplaat worden beschreven als een combinatie van een translatie en een rotatie.

Indien de vloerplaat een translatie Δ ondergaat zonder rotatie, dan zijn de krachten in alle stabiliteitswanden bepaald door hun stijfheid in de richting van de translatie:

$$F_i = \Delta \cdot k_i \quad \text{en} \quad \sum F_i = H$$

waaruit volgt

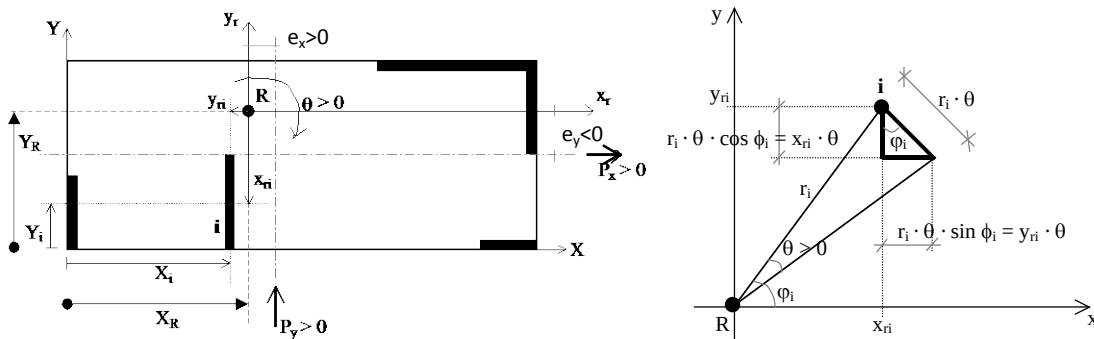
$$F_i = \left(\frac{k_i}{\sum k_i} \right) \cdot H$$

De positie van de resultante van deze krachten bepaalt het rotatiecentrum of stijfheidszwaartepunt van de stabiliteitswanden.

Als de horizontale belasting aangrijpt in dit punt zal de vloerplaat enkel een translatie en geen rotatie ondergaan. De coördinaten van dit rotatiecentrum kunnen als volgt worden berekend:

$$X_R = \frac{\sum (F_i \cdot X_i)}{\sum F_i} = \frac{\sum (k_{Y,i} \cdot X_i) \cdot \Delta}{\sum k_{Y,i} \cdot \Delta}$$

$$Y_R = \frac{\sum (F_i \cdot Y_i)}{\sum F_i} = \frac{\sum (k_{X,i} \cdot Y_i) \cdot \Delta}{\sum k_{X,i} \cdot \Delta}$$



Bepaling van het rotatiecentrum R en van de invloed van een rotatie θ

In het geval waarbij de horizontale belasting met excentriciteiten e_x en e_y ten opzichte van het rotatiecentrum R aangrijpen, kan de volgende rotatie-evenwichtsvergelijking worden opgesteld (moment in tegenwijzerzin is positief):

$$P_x \cdot (-e_y) + P_y \cdot e_x = \sum (k_{x,i} \cdot y_{ri}^2 \cdot \theta + k_{y,i} \cdot x_{ri}^2 \cdot \theta)$$

waaruit volgt:

$$\theta = \frac{-P_x \cdot e_y + P_y \cdot e_x}{\sum (k_{x,i} \cdot y_{ri}^2 + k_{y,i} \cdot x_{ri}^2)}$$

met

$$I_r = \sum (k_{x,i} \cdot y_{ri}^2 + k_{y,i} \cdot x_{ri}^2)$$

De krachten in x- en y-richting die worden overgebracht naar stabiliteitswand i ten gevolge van de rotatie zijn respectievelijk gelijk aan:

$$F_{x,i,r} = k_{x,i} \cdot y_{ri} \cdot \theta \quad \text{en} \quad F_{y,i,r} = k_{y,i} \cdot x_{ri} \cdot \theta$$

of
$$F_{x,i,r} = \frac{k_{x,i} \cdot y_{ri}}{I_r} \cdot (-P_x \cdot e_y + P_y \cdot e_x)$$

$$F_{y,i,r} = \frac{k_{y,i} \cdot x_{ri}}{I_r} \cdot (-P_x \cdot e_y + P_y \cdot e_x)$$

De combinatie van translatie en rotatie levert dan de volgende formules voor de berekening van de krachten in de stabiliteitswanden:

$$F_{i,x} = \frac{k_{x,i}}{\sum k_{x,i}} \cdot P_x + \frac{k_{x,i} \cdot y_{ri}}{I_r} \cdot (-P_x \cdot e_y + P_y \cdot e_x)$$

$$F_{i,y} = \frac{k_{y,i}}{\sum k_{y,i}} \cdot P_y + \frac{k_{y,i} \cdot x_{ri}}{I_r} \cdot (-P_x \cdot e_y + P_y \cdot e_x)$$

Voor wanden die niet evenwijdig zijn met de assen, kan de berekening op een analoge manier worden uitgevoerd.

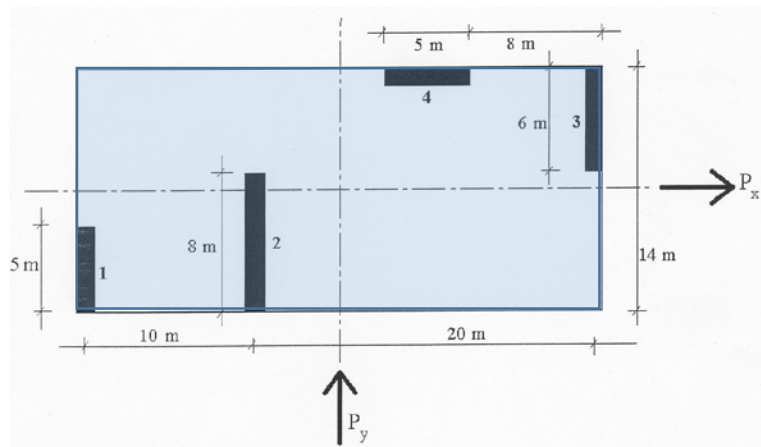
Voorbeeld 1

Beschouwen we een gebouw met hoogte 20 m en lengte 30 m (zie onderstaande figuur), dat wordt belast door een windbelasting waarvan de resultanten gelijk zijn aan:

$$P_x = 280 \text{ kN}$$

$$P_y = 600 \text{ kN}$$

De vier stabiliteitswanden hebben een dikte van 200 mm. De E-modulus van het metselwerk is gelijk aan $E_m = 6000 \text{ N/mm}^2$. De vloer is een betonnen schijf die draagt op wanden en kolommen die niet zijn weergegeven in de figuur.



Geometrie van het gebouw

In eerste instantie worden de veerstijfheden van de wanden berekend op basis van de gegeven geometrie en materiaaleigenschappen:

$$\begin{aligned} b &= 200 \text{ mm} \\ L_1 &= 5000 \text{ mm} \\ h_1 &= 20000 \text{ mm} \\ E &= 6000 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$k_1 = \frac{b \cdot E}{\left(\frac{h}{L}\right) \cdot \left[4 \cdot \left(\frac{h}{L}\right)^2 + 3\right]} = 4478 \text{ N/mm}$$

$$\begin{aligned} k_2 &= 17.143 \text{ N/mm} \\ k_3 &= 7.588 \text{ N/mm} \\ \Sigma k_i &= 29.209 \text{ N/mm} \end{aligned}$$

Met de berekende veerstijfheden en de gegeven positie van de stabiliteitswanden kunnen de coördinaten van het rotatiecentrum R worden berekend:

$$\begin{cases} x_r = \frac{4478 \cdot 0 + 17143 \cdot 10000 + 7588 \cdot 30000}{29209} = 13.663 \text{ mm} \\ y_r = 14000 \text{ mm} \end{cases}$$

De krachten in de verschillende stabiliteitswanden kunnen dan als volgt worden bepaald:

$$F_{y,i} = \frac{k_{y,i}}{\Sigma k_{y,i}} \cdot P_y + \frac{k_{y,i} \cdot x_{ri}}{J_r} \cdot P_y \cdot e_x$$

$$F_{y,3} = \frac{4478}{29209} \cdot 600 + \frac{4478 \cdot -13663}{3091178} \cdot 600 \cdot 1337$$

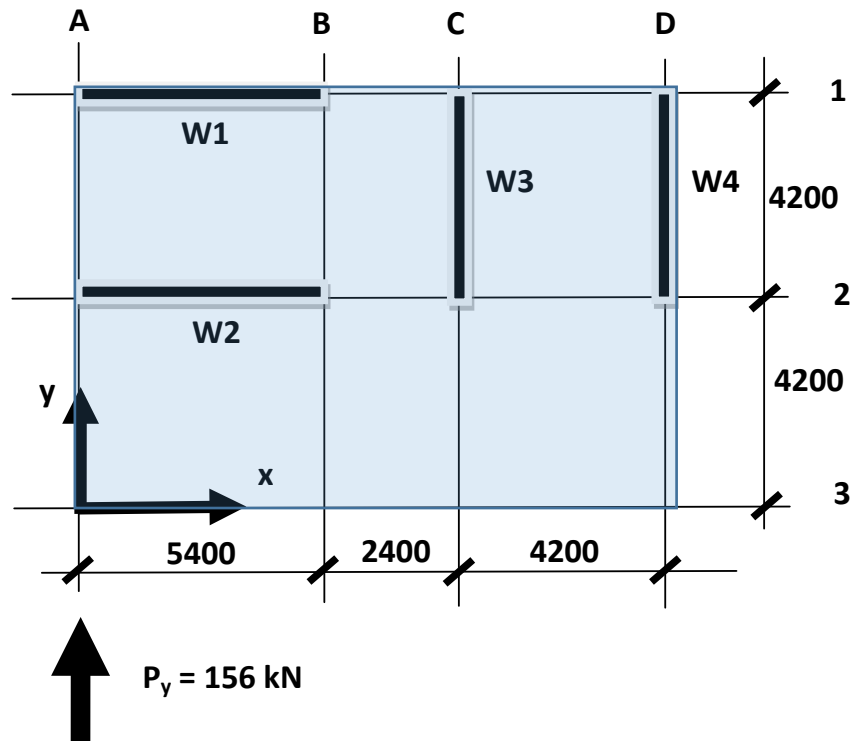
$$\begin{aligned} F_{y,3} &= 76,1 \text{ kN} \\ F_{y,2} &= 335,8 \text{ kN} \\ F_{y,1} &= 187,9 \text{ kN} \\ \Sigma F_{y,i} &\approx 600 \text{ kN} \end{aligned}$$

Voorbeeld 2

Voorbeeld 2 betreft een gebouw van 20 m hoog met twee keer twee stabiliteitswanden zoals weergegeven in onderstaande figuur.

$$E = 6000 \text{ N/mm}^2 = 6 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$k_{x,i} = \frac{0.2 \cdot 6000}{\left(\frac{20}{5 \cdot 4}\right) \left[4 \left(\frac{20}{5 \cdot 4} \right)^2 + 3 \right]} = 5599$$



Geometrie van de stabiliteitswanden en positie van de horizontale kracht die aan de bovenzijde van het gebouw aangrijpt

Berekening van de stijfheidskarakteristieken van de stabiliteitswanden

wall	b_x mm	b_y mm	h mm	$k_{x,i}$ N/mm	$k_{y,i}$ N/mm	x_i mm	y_i mm	$k_{x,i} \cdot y_i$ N	$k_{y,i} \cdot x_i$ N
1	5400	200	20000	5599	8	2700	8400	$4,70 \cdot 10^7$	$2,19 \cdot 10^4$
2	5400	200	20000	5599	8	2700	4200	$2,35 \cdot 10^7$	$2,19 \cdot 10^4$
3	200	4400	20000	7	3083	7800	6300	$4,16 \cdot 10^4$	$2,40 \cdot 10^7$
4	200	4400	20000	7	3083	12000	6300	$4,16 \cdot 10^4$	$3,70 \cdot 10^7$
sum				11211	6181			$7,06 \cdot 10^7$	$6,11 \cdot 10^7$

Berekening van de positie van het rotatiecentrum:

$$x_r = 6,11 \cdot 10^7 / 6181 = 9,881 \text{ mm} \quad e_x = -9,881 \text{ mm}$$

$$y_r = 6,300 \text{ mm} \quad e_y = 0 \text{ mm}$$

De kracht $P_y = 156 \text{ kN}$ grijpt aan in de oorsprong en $P_x = 0$.

De werkwijze voor de berekening van de krachten in de verschillende stabiliteitswanden is geïllustreerd in onderstaande tabel.

Berekening krachten in stabiliteitswanden

wall	x_i mm	y_i mm	x_{ri} mm	y_{ri} mm	$k_{x,i} \cdot y_{ri}^2$	$k_{y,i} \cdot x_{ri}^2$	$F_{x,i}$ kN	$F_{y,i}$ kN	$\Delta_{x,i}$ mm	$\Delta_{y,i}$ mm
1	2700	8400	2100	-7180	$2,47 \cdot 10^{10}$	$4,18 \cdot 10^8$	234,1	1,4	41,8	168,2
2	2700	4200	-2100	-7180	$2,47 \cdot 10^{10}$	$4,18 \cdot 10^8$	-234,1	1,4	-41,8	168,2
3	7800	6300	0	-2080	0	$1,34 \cdot 10^{10}$	0	205,5	0	66,7
4	12000	6300	0	2120	0	$1,38 \cdot 10^{10}$	0	-52,5	0	-17
sum					$4,94 \cdot 10^{10}$	$2,80 \cdot 10^{10}$	0	156,0		

met

$$x_{ri} = x_i - x_r$$

$$y_{ri} = y_i - y_r$$

$$I_r = 4,941 \cdot 10^{10} + 2,80 \cdot 10^{10} = 7,741 \cdot 10^{10} \text{ Nmm} = 77410 \text{ kNm}$$

$$F_{x,i} = \frac{k_{x,i}}{\sum k_{x,i}} \cdot P_x + \frac{k_{x,i}(y_i - y_r)}{I_r} \cdot (P_x \cdot e_y - P_y \cdot e_x)$$

$$F_{x,1} = 5599/11211 \cdot 0 + 5599(8,4 - 6,3)/7,741 \cdot 10^{10} \cdot (0 \cdot 0 - 156 \cdot -9,881) = \mathbf{234,1 \text{ kN}}$$

$$F_{y,3} = 3083/6182 \cdot 156 + 3083(7,8 - 9,881)/7,741 \cdot 10^{10} \cdot (0 \cdot 0 - 156 \cdot -9,881) = \mathbf{205,5 \text{ kN}}$$

De rotatie van de vloerplaat is gelijk aan:

$$\begin{aligned} \theta &= M_{inw}/I_r = M_{uitw}/I_r = (P_y \cdot e_x + P_x \cdot e_y)/I_r \\ &= 156 \cdot 9,881/(7,741 \cdot 10^{10}) \cdot 10^3 = 0,0198 \text{ rad} \end{aligned}$$

De verplaatsing van het zwaartepunt van de stabiliteitswanden 1 en 3 kan dan als volgt worden berekend:

$$\Delta_{x,1} = 234,1/5599 = 41,8 \text{ mm}; \quad \Delta_{y,1} = 1,4/8 = 168,2 \text{ mm}; \quad \Delta_{y,3} = 205,5/3083 = 66,7 \text{ mm}.$$

Opmerking:

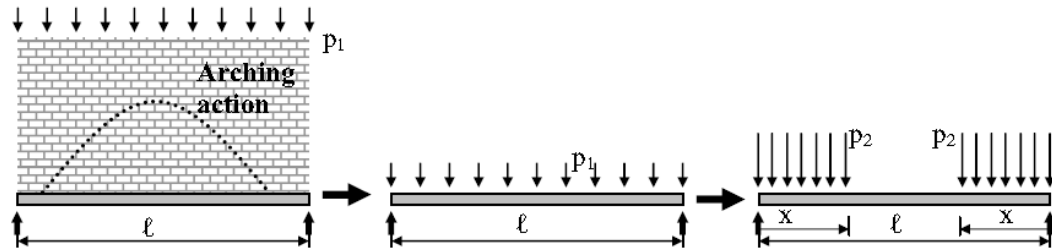
Indien de stijfheid van de stabiliteitswanden in de zwakke richting in rekening wordt gebracht, worden de volgende resultaten verkregen:

$$\begin{aligned} F1 &= 248,40 \text{ kN} \\ F2 &= -248,40 \text{ kN} \\ F3 &= -197,32 \text{ kN} \\ F4 &= 41,32 \text{ kN} \end{aligned}$$

5. Wandliggers en lateien

Wandliggers

In Eurocode 6 worden enkel gewapende wandliggers behandeld. Wandliggers uit ongewapend metselwerk die samenwerken met gewapende betonbalken of vloerplaten worden niet beschouwd. Het constructief principe van beide systemen is gelijkaardig: boogwerking in het metselwerk in combinatie met trekband voor het opnemen van de spatkrachten.



Bij wandliggers op betonbalken of vloerplaten is het essentieel dat het contactvlak tussen metselwerk en beton in staat is om de schuifkrachten over te brengen. Davies en Ahmed hebben in 1980 een rekenmodel ontwikkeld voor de evaluatie van de draagkracht van dergelijke wandliggers.

$$z \leq 0,7 \cdot l_{ef}$$



Wandliggers op betonnen vloerplaten of balken

Voor wandliggers waarbij de wapening in het metselwerk is opgenomen, kan het opneembaar moment als volgt worden berekend:

$$M_{Rd} = A_r \cdot f_{yd} \cdot z$$

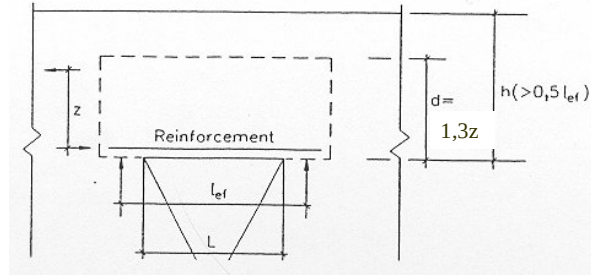
waarin

$$z \leq 0,7 \cdot l_{ef}$$

$$z \leq 0,4 \cdot h + 0,2 \cdot l_{ef}$$

l_{ef} = effectieve overspanning

h = totale hoogte van de ligger

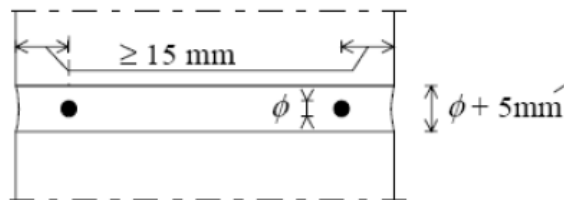


Meer informatie is terug te vinden in de Canadian Journal of Civil Engineering nr 42 – mei 2015.

Lateien

Lateien in gewapend metselwerk kunnen worden ontworpen volgens dezelfde principes als gewapend beton, weliswaar rekening houdend met enkele specifieke karakteristieken van gewapend metselwerk:

- De sectie van de wapeningsstaven is beperkt: er is een minimale dekking nodig om voldoende hechting te realiseren
- De nuttige hoogte van de wapening is bepaald door de hoogte van de stenen en de dikte van de lintvoegen.



De vereiste wapening in de latei kan als volgt worden berekend:

$$A_r = \frac{M_d}{z \cdot d \cdot f_{yd}}$$

met $z = d \left(1 - 0,5 \cdot \frac{A_r \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_d} \right) \leq 0,95$

b breedte van de doorsnede

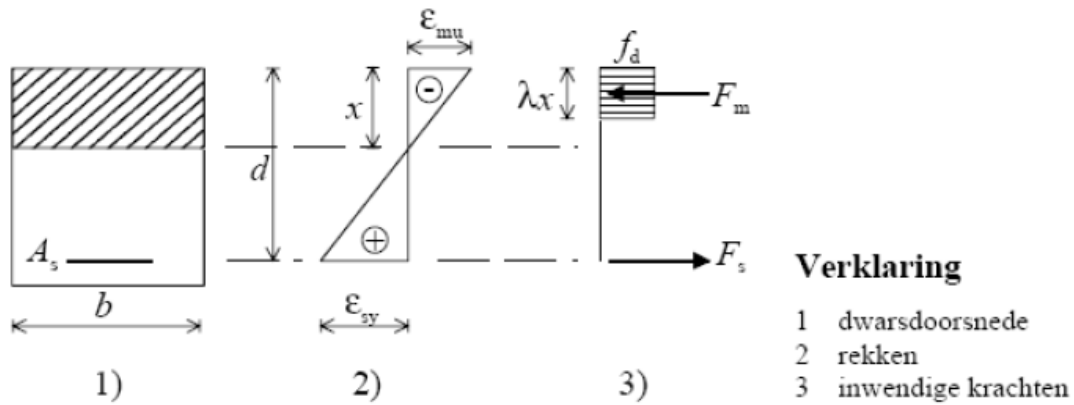
d effectieve hoogte van de doorsnede

A_s oppervlakte van de doorsnede van de op trek belaste wapening

f_d rekenwaarde van de druksterkte van het metselwerk in de richting van de belasting

f_{yd} rekenwaarde van de vloeigrens van het wapeningsstaal

Deze formule is gebaseerd op het rechthoekig spanningsblok voor de druksterkte van het metselwerk.



Eliminatie van x uit bovenstaande formules, leidt uiteindelijk tot een gesloten formule voor de berekening van de vereiste wapening:

$$A_r = \frac{b \cdot f_d}{f_{yd}} \cdot \left(d - \sqrt{d^2 - 2 \frac{M_d}{b \cdot f_d}} \right)$$

Indien meerdere wapeningslagen vereist zijn, dan moet rekening worden gehouden met de corresponderende nuttige hoogtes van de aanwezige wapeningen.

Eurocode 6 bepaalt verder dat de minimaal aanwezige wapening gelijk is aan 0,05% van de effectieve doorsnede van de latei.

Er dient ook te worden gecontroleerd dat:

$$M_{Rd} \leq 0,4 f_d b d^2 \quad \text{voor groep 1 stenen met uitzondering van lichtbetonstenen}$$

$$M_{Rd} \leq 0,3 f_d b d^2 \quad \text{voor groep 2, 3 en 4 stenen en groep 1 lichtbetonstenen}$$

waarin:

f_d rekenwaarde van de druksterkte van het metselwerk

b breedte van de doorsnede

d effectieve hoogte van de doorsnede

x afstand tot de neutrale lijn